

# 2024 II CONCURSO BINACIONAL DE MATEMÁTICA

Perú - Bolivia

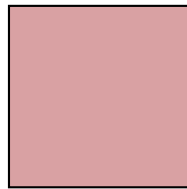
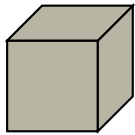
## Segundo y Tercero de secundaria

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración máxima de 1 hora y 30 minutos.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

**Parte A. De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.**

- A1** Se muestran un cubo y un cuadrado. Se sabe que el lado del cuadrado es 2 veces el lado del cubo. Si el área de la superficie total del cubo es  $384 \text{ m}^2$ , halle el perímetro del cuadrado.



(A) 32 m (B) 64 m (C) 256 m (D) 120 m (E) 144 m

- A2** Sea  $x$  un número real negativo tal que

$$x^2 + x = 7^2 + 7,$$

calcule el valor de  $20 + x$ .

(A) 18 (B) 27 (C) 12 (D) 13 (E) 16

- A3** Una familia está formada por cuatro integrantes: papá, mamá y dos hijos. La edad del hijo mayor es el doble de la edad del hijo menor. La edad de la mamá es 31 años más que la edad del hijo menor. Si el papá tiene 37 años y la edad promedio de los cuatro integrantes de la familia es 20, determine la edad del hijo mayor.

(A) 6 (B) 4 (C) 8 (D) 7 (E) 10

- A4** Un ciclista quiere pasar por una montaña, para esto primero tiene que llegar a la cima y luego descender. Se sabe que cuando desciende va el doble

de rápido que cuando sube, y que en total demoró 24 minutos en pasar por la montaña. Si la distancia recorrida en la subida es igual a la distancia recorrida en la bajada, ¿cuántos minutos le tomó al ciclista llegar a la cima?

(A) 16 (B) 20 (C) 12 (D) 8 (E) 10

- A5** Sean  $m$  y  $n$  enteros positivos. Se sabe que el número  $2 \times 3^n \times 5^m$  tiene exactamente 42 divisores positivos. ¿Cuántos divisores positivos tiene el número  $2^{3n+2} \times 3^m$ ?

(A) 21 (B) 63 (C) 6 (D) 42 (E) 126

- A6** En una bolsa negra hay cinco bolitas que tienen los números 1, 2, 3, 4 y 5. En una bolsa azul hay cinco bolitas que tienen los números 7, 8, 9, 10 y 11. Se escoge al azar una bolita de la bolsa negra y una bolita de la bolsa azul. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los dos números sea impar?

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{13}{25}$  (C)  $\frac{2}{5}$  (D)  $\frac{14}{25}$  (E)  $\frac{12}{25}$

- A7** Sea  $ABCDEFGHIJ$  un polígono regular de 10 lados. Se escoge un punto  $P$  en el lado  $FG$  tal que  $\angle APG = 75^\circ$ . Calcule la medida del ángulo  $\angle PAE$ .

(A)  $20^\circ$  (B)  $21^\circ$  (C)  $22^\circ$  (D)  $24^\circ$  (E)  $25^\circ$

- A8** Se tiene un tablero de  $n \times n$  donde las filas están enumeradas desde 1 hasta  $n$  y las columnas también están enumeradas desde 1 hasta  $n$ . En cada casilla del tablero se coloca cierta cantidad de piedras que es igual a la suma del número de la fila con el número de la columna. Por ejemplo, en la casilla que está en la fila 2 y columna 3 se colocan 5 piedras. Si en todo el tablero se colocaron 1872 piedras, calcule el valor de  $n$ .
- (A) 15    (B) 13    (C) 10    (D) 11    (E) 12

- A10** Sean  $a$  y  $b$  enteros positivos tales que su producto es igual a

$$2(\text{mcd}(a, b) + \text{mcm}(a, b)).$$

Determine cuántos valores distintos puede tomar  $a + b$ .

*Aclaración:*  $\text{mcd}(a, b)$  es el máximo común divisor de  $a$  y  $b$ , mientras que  $\text{mcm}(a, b)$  es el mínimo común múltiplo de  $a$  y  $b$ .

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 5

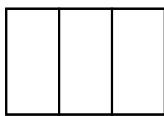
- A9** Se sabe que la ecuación  $x^2 - bx + c = 0$  tiene raíces reales  $x_1$  y  $x_2$ . También se sabe que  $c$  es un entero y  $b$  es un entero positivo. Si se cumple que  $x_1^2 + x_2^2 = 13$ . Calcule la suma de todos los posibles valores de  $b$ .
- (A) 4    (B) 6    (C) 8    (D) 9    (E) 1

**Parte B. De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.**

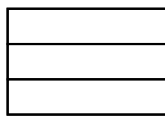
- B1** Encuentre el mayor número capicúa de tres dígitos tal que ninguno de sus dígitos es 0 y al multiplicarlos se obtiene un múltiplo de 48.

*Aclaración:* Un número capicúa es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

- B2** Tenemos los colores amarillo, verde, rojo y blanco. Con estos colores queremos formar banderas eligiendo uno de los siguientes esquemas y luego pintando cada franja de un color. Además, en una bandera no puede haber dos franjas juntas que estén pintadas del mismo color. Por ejemplo, en el Esquema 1 se puede pintar la bandera como la de Perú y en el Esquema 2 se puede pintar la bandera como la de Bolivia.



Esquema 1



Esquema 2

¿Cuántas banderas diferentes podemos formar, incluyendo a las dos banderas de ejemplo?

- B3** En cada casilla de un tablero de  $5 \times 5$  está escrito el número 0 o el número 1. Se sabe que hay exactamente  $k$  filas del tablero cuya suma de números es mayor o igual que 3 y, además, hay exactamente  $k$  columnas del tablero cuya suma de números es menor o igual que 2. Determine el mayor valor posible de  $k$ .

- B4** Sea  $ABCD$  un trapecio de bases paralelas  $BC$  y  $AD$  que miden 6 y 12, respectivamente. Se sabe que  $\angle ABD = 90^\circ$  y que el perímetro del trapecio  $ABCD$  es  $p$ . Determine la suma de todos los valores enteros que puede tomar  $p$ .

- B5** El polinomio cuadrático  $P(x) = ax^2 + bx + c$  tiene coeficientes reales y satisface la desigualdad  $|P(x)| \leq 5$  para todo  $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$ . Determine el mayor valor posible de  $8b$ .