X CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2022 - Segunda Etapa

Segundo y Tercero de Secundaria

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

A1 Considere los siguientes polinomios:

$$\begin{aligned} P(x) &= ax^2 + b, \\ Q(x) &= bx^2 + 5x + a, \\ R(x) &= ax^3 + 6x^2 + bx^3 + bx, \end{aligned}$$

donde a y b son constantes. Calcule el grado del polinomio $R(x)$, si se sabe que el polinomio $P(x) + Q(x)$ no es de grado 2.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

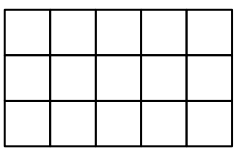
A2 La suma de las edades de un grupo de personas es 108. Ramiro es parte de ese grupo y se cumple que su edad es igual a los $\frac{2}{7}$ de la suma de las edades de todas las otras personas del grupo. Calcule la edad de Ramiro.

(A) 23 (B) 20 (C) 22 (D) 24 (E) 26

A3 Se marca en un papel cinco puntos que son los vértices de un pentágono regular. Luego, se escogen tres de esos puntos que son los vértices de un triángulo $\mathcal{T}$. Entonces $\mathcal{T}$ no puede ...

(A) ser isósceles
(B) ser acutángulo
(C) ser obtusángulo
(D) ser escaleno
(E) tener un ángulo interior que mide 36°.

A4 En la siguiente figura se muestra un tablero de 3×5, formado por 15 cuadraditos. Cada cuadradito se debe pintar de rojo, azul o verde de tal manera que si dos cuadraditos comparten exactamente un vértice, entonces esos cuadraditos tienen el mismo color. No es necesario usar los tres colores.



Determine la alternativa incorrecta.

(A) Es posible que la cantidad de cuadraditos verdes sea múltiplo de 3.
(B) Es posible que la cantidad de cuadraditos rojos sea un número primo.
(C) Es posible que la cantidad de cuadraditos azules sea impar.
(D) Es posible que la cantidad de cuadraditos que no son verdes sea 6.
(E) Es posible que la cantidad de cuadraditos que no son azules sea 8.

A5 Determine cuántos números primos de dos dígitos cumplen que cada uno de sus dígitos no es un número primo.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

A6 María puso varios cubos blancos, azules, rojos, verdes y negros en fila sobre una mesa. Resultó que para cualesquiera dos colores distintos hay un par de cubos de estos colores que se encuentran uno al lado del otro. Es decir, hay cubos blanco y rojo uno al lado del otro, cubos verde y blanco uno al lado del otro, y así sucesivamente para cualquier par de colores. ¿Cuál es la mínima cantidad de cubos que puede haber sobre la mesa?

(A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 13

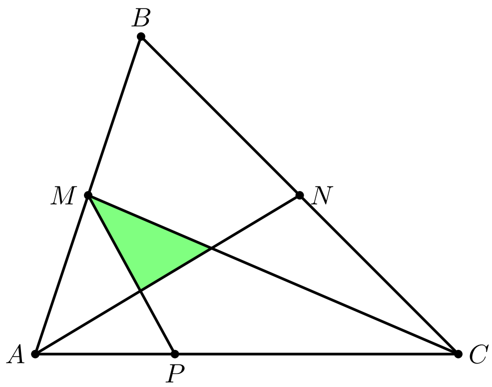
A7 A cada uno de los amigos Paolo, Alfredo, y Martín se le asigna una tarjeta, de tal manera que hay una tarjeta que tiene escrito el número 1, otra que tiene el número 3 y otra que tiene el número 7. Se sabe que:

- Dos de ellos, quienes siempre mienten, tienen tarjetas con los números 1 y 3.
- El que tiene asignado la tarjeta con el número 7 siempre dice la verdad.

Si Paolo dijo: "Martín tiene asignado la tarjeta con el número 7", entonces podemos asegurar que:

(A) Alfredo y Paolo mienten.
(B) Paolo dice la verdad.
(C) Martín dice la verdad.
(D) Alfredo tiene la tarjeta con el número 7.
(E) Paolo tiene la tarjeta con el número 3.

A8 En la figura mostrada, M es el punto medio del lado AB, N es punto medio del lado BC y P es un punto del lado AC tal que $PC = 2 \cdot AP$. Determine qué fracción del área del triángulo ABC, representa el área del triángulo pintado.



(A) $\frac{1}{20}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{4}{45}$ (E) $\frac{3}{40}$

A9 Hay N tarjetas con números del 1 al N sobre la mesa (una tarjeta con el número 1, una tarjeta con el número 2, etc.). Alicia y Beatriz tomaron 6 tarjetas cada una. Resultó que el producto de los números de las tarjetas de Alicia es igual al producto de los números de las tarjetas de Beatriz. Determine el menor valor de N para que esta situación sea posible y dé como respuesta la suma de los dígitos de N.

(A) 7 (B) 5 (C) 9 (D) 2 (E) 6

A10 Sean x, y y z números enteros no nulos y distintos entre sí tales que

$$\frac{(x-1)^2}{y} + \frac{(y-1)^2}{z} + \frac{(z-1)^2}{x}$$
$$= \frac{(x-1)^2}{z} + \frac{(y-1)^2}{x} + \frac{(z-1)^2}{y}.$$

Calcule el mínimo valor posible de $|9x + 14y + 4z|$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Parte B

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Sean x y y números reales no nulos tales que

$$\frac{xy}{11} = \frac{x+y}{9} = \frac{x-y}{7}.$$

Calcule el valor de x.

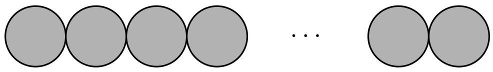
B2 En el triángulo ABC se cumple que $\angle ACB = 40°$. En dicho triángulo se trazan las bisectrices interiores AP y BQ que se intersecan en el punto T, de tal manera que el triángulo BPT es isósceles. Si la suma de los posibles valores del ángulo $\angle BPT$ es $n°$, calcule el valor de n.

B3 Encuentre el mayor número natural N que cumple las siguientes condiciones (a la vez):

- Todos los dígitos de N son distintos.
- $N - 13$ es múltiplo de 24.
- La suma de cualesquiera tres dígitos adyacentes de N es impar.

Dé como respuesta el resto de dividir N entre 10000.

B4 En una fila fueron colocadas 48 monedas en fila, como se muestra en la figura, donde cada una vale 1, 5 o 10.



Se sabe que entre cualesquiera dos monedas de valor 1, hay al menos una moneda; entre cualesquiera dos monedas de valor 5, hay al menos dos monedas; entre cualesquiera dos monedas de valor 10 hay al menos tres monedas. Determine el mayor valor que pueden tener todas las monedas juntas.

B5 En cada casilla de un tablero de 3×3 se escribe un número entero positivo, de tal manera que los 9 números son distintos. Se cumple que los números escritos en cualesquiera dos casillas que comparten un lado tienen al menos un dígito en común. Determine el menor valor posible de la suma de los 9 números.