

De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- 1** En la recepción de un hotel hay sillones para 2 y 3 personas. Todas las personas están sentadas y no hay ningún lugar disponible. Si la cantidad de sillones para 2 personas es igual a la cantidad de sillones para 3 personas, determine qué porcentaje del total de personas están sentadas en sillones para 2 personas.

(A) 50 % (B) 60 % (C) 40 % (D) 70 % (E) 45 %

- 2** Sean x y y números reales tales que

$$x - 2y = \sqrt{17},$$

$$x + 2y = \sqrt{19}.$$

Calcule el valor de xy .

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 1 (D) 2 (E) $-\frac{1}{2}$

- 3** Los números a , b y c son tres enteros positivos consecutivos, en algún orden. Determine cuál de los siguientes números no es un posible valor de $a^2 - bc$.

(A) 2023 (B) 7 (C) -5 (D) 2 (E) 1

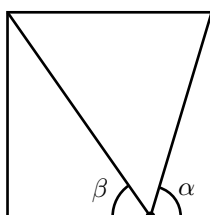
- 4** Alexander, Boris, Carla, Daniela y Elvis tienen S/ 40, S/ 60, S/ 100, S/ 110 y S/ 140, pero no necesariamente en ese orden. Se sabe que:

- Carla no tiene S/ 60.
- Boris no tiene más de S/ 100.
- Daniela tiene más de S/ 90.
- Alexander y Boris juntos tienen S/ 210.

¿Cuántos soles tienen juntos Alexander, Carla y Daniela?

(A) 270 (B) 200 (C) 350 (D) 290 (E) 310

- 5** En la siguiente figura se muestra un cuadrado y un punto en uno de sus lados. Si α y β son los ángulos indicados:



indique la relación correcta:

- (A) $\sin \alpha + \sin \beta = 1$
 (B) $\tan \alpha + \tan \beta = 4$
 (C) $\tan \alpha + \tan \beta = \tan \alpha \cdot \tan \beta$
 (D) $\cot \alpha + \cot \beta = 2$
 (E) $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

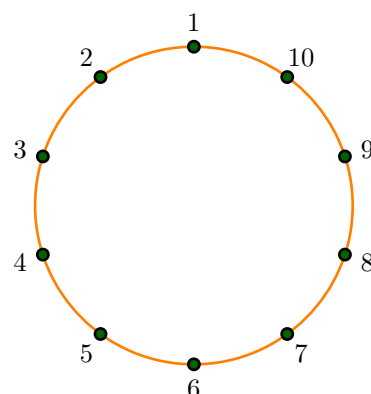
- 6** El número natural de tres dígitos $\overline{abc}$ es un cubo perfecto y su doble es un cuadrado perfecto. Calcule el valor de $a + b + c$.

(A) 9 (B) 10 (C) 18 (D) 16 (E) 8

- 7** Se tiene dos enteros positivos. Si el menor de ellos se aumenta en 20 % y el mayor de ellos se reduce en 16 %, ambos serían iguales al entero positivo n . Determine el menor valor posible de n .

(A) 84 (B) 60 (C) 42 (D) 63 (E) 70

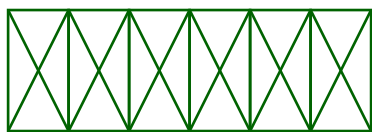
- 8** En la siguiente figura se muestran diez puntos igualmente espaciados a lo largo de una circunferencia, los cuales están enumerados desde 1 a 10. Se escoge al azar un punto del conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$ y luego se escoge al azar un punto del conjunto $\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Calcule la probabilidad de que el segmento que se obtiene al unir los dos puntos escogidos sea un diámetro de la circunferencia.



Aclaración: Considere que todos los puntos tienen la misma probabilidad de ser escogidos.

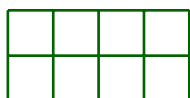
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

- 9 Se colocaron 6 rectángulos idénticos uno al lado del otro, como se muestra en la figura, y se trazaron las dos diagonales de cada uno. Determine cuántos triángulos **acutángulos** se puede contar en total, si cada rectángulo tiene dimensiones 1 y 2.



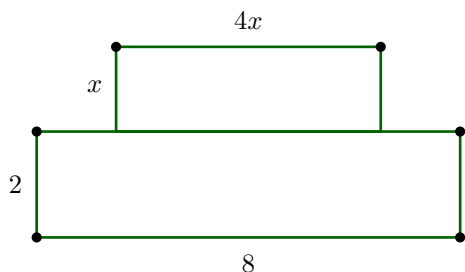
- (A) 12 (B) 22 (C) 26 (D) 30 (E) 34

- 10 En cada casilla del siguiente tablero se debe escribir una letra del conjunto $\{C, M, B\}$ de tal forma que haya exactamente una columna que tiene sus dos letras iguales. ¿De cuántas formas se puede hacer esto?



- (A) $2^6 \times 3^6$ (B) $2^4 \times 3^4$ (C) $2^5 \times 3^4$
(D) $2^5 \times 3^5$ (E) $2^5 \times 3^3$

- 11 En la figura se muestran dos rectángulos: el inferior tiene dimensiones 2 y 8, mientras que el superior tiene dimensiones x y $4x$.



Si existe una circunferencia que pasa por los seis puntos marcados, calcule el valor de x .

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) $\frac{8}{5}$

- 12 Sea N el menor número natural de 20 dígitos que es múltiplo de 81. Calcule la suma de los cuadrados de los dígitos de N .

- (A) 51 (B) 65 (C) 33 (D) 37 (E) 146

- 13 El punto D pertenece al lado BC de un triángulo ABC , de tal manera que $\angle BAC = 3\angle ACB$ y $\angle ADC = 2\angle ACB$. Si $AB = 8$ y $AD = 6$, calcule la longitud de CD .

- (A) $\frac{21}{2}$ (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) $2\sqrt{48}$

- 14 Sea x el número real positivo que satisface la ecuación:

$$x^2 - 17x - 16\sqrt{x} = 0.$$

Encuentre el número entero n para el cual se cumple que $x(n - x)$ es un número entero.

- (A) 16 (B) 17 (C) 30 (D) 60 (E) 33

- 15 Usando n cuadrados del tipo 1 y $(100 - n)$ cuadrados del tipo 2 se armó un tablero de 10×10 , de tal forma que cualesquiera dos triángulos negros son disjuntos (ni siquiera comparten un vértice). Determine el menor valor posible de n .



tipo 1



tipo 2

Aclaración: Está permitido rotar los cuadrados.

- (A) 42 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41