

Parte A.

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- A1** Andrea, Carla y Lucía cumplen años el mismo día. La suma de sus edades ahora es 22 años. ¿Cuánto sumarán sus edades la próxima vez que esa suma sea un número de dos dígitos idénticos?

(A) 33 años (B) 44 años (C) 55 años
(D) 66 años (E) 77 años

- A2** Si a un número de dos dígitos se le suma su dígito de las unidades, ¿cuál de los siguientes resultados se puede obtener?

(A) 110 (B) 69 (C) 70
(D) 49 (E) 35

- A3** Dado el polinomio

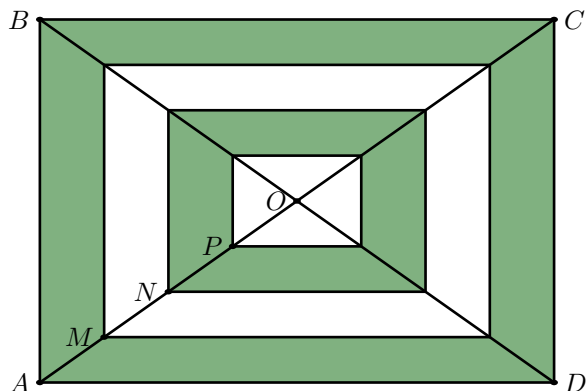
$$P(x) = x^8 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 2025,$$

encuentra el valor de

$$P(\sqrt{2}) - P(-\sqrt{2}).$$

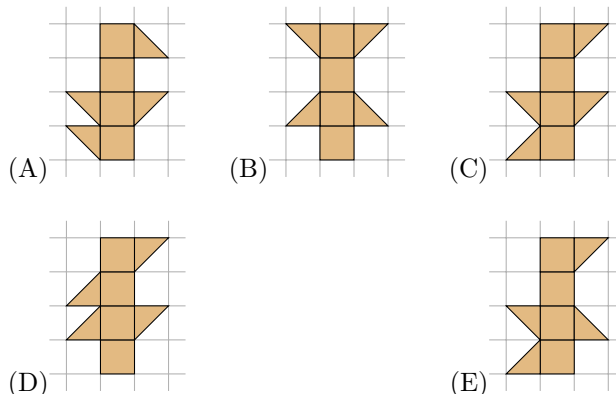
(A) $16\sqrt{2}$ (B) 0 (C) $18\sqrt{2}$
(D) 32 (E) $8\sqrt{2}$

- A4** En la figura, se observa el rectángulo $ABCD$ cuyas diagonales se cortan en el punto O . Sobre las diagonales se construyen tres rectángulos con lados paralelos a los lados de $ABCD$. Si $AM = MN = NP = PO$ y el área sombreada es 75, calcule el área de $ABCD$.



(A) 100 (B) 120 (C) 110
(D) 90 (E) 125

- A5** Ana dibuja sobre una hoja cuadriculada las cinco figuras que se muestran. Luego, las recorta por los bordes. ¿Cuál de estas figuras se puede doblar para formar un cubo?



- A6** En un triángulo se trazaron las tres bisectrices interiores y de esta forma el triángulo quedó dividido en 6 triángulos. De estos 6 triángulos, k de ellos tienen un ángulo recto. Determine todos los posibles valores de k .

(A) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
(B) 1, 3, 5
(C) 0, 1, 2, 3
(D) 0, 2, 4, 6
(E) 0, 2, 6

- A7** El número de tres dígitos $N = \overline{abc}$ cumple que

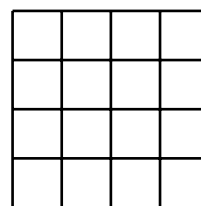
$$8 \times N = 9 \times a! \times b! \times c!$$

Encuentra el valor de $a + b + c$.

Aclaración: Recuerde que $n!$ es el producto de los primeros n enteros positivos y, además, $0! = 1$.

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 6

- A8** ¿De cuántas formas se puede pintar de negro tres casillas de un tablero de 4×4 si debe haber exactamente dos filas (horizontales) completamente blancas?



(A) 288 (B) 144 (C) 72 (D) 96 (E) 576

- A9** Determina para cuántos valores enteros positivos de n la desigualdad

$$\frac{1999}{n} < x < \frac{2025}{n}$$

tiene exactamente tres soluciones enteras para x .

- (A) 5 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 3

- A10** Pablo lanza una moneda seis veces. En cada lanzamiento anota el número 0 si la moneda muestra cara o 1 si la moneda muestra sello. En el primer lanzamiento anota el número a_1 , en el segundo lanzamiento anota

el número a_2 , y así sucesivamente. Luego, calcula el número

$$P = a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + a_4a_5 + a_5a_6 + a_6a_1.$$

Si $\frac{m}{n}$ es la probabilidad de que $P \leq 2$, donde m y n son enteros positivos coprimos, encuentra el valor de $n - m$.

Aclaración: en cada lanzamiento de la moneda, la probabilidad de que salga cara o sello es la misma.

- (A) 1 (B) 14 (C) 13
(D) 3 (E) 7

Parte B.

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

- B1** Sean $a < b < c$ números enteros positivos tales que la media aritmética de los siguientes cuatro números es $\frac{5}{12}$:

$$a^{-1}, b^{-1}, c^{-1}, \frac{2}{3}.$$

Encuentra el valor de b .

- B2** Calcula el valor de

$$\frac{24}{\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7} + 1} - \frac{18}{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1}.$$

- B3** En una bolsa hay bolillas numeradas del 1 al 2025, inclusive. Las bolillas se extraen sin mirar. ¿Cuál es el menor número de bolillas que se deben sacar para estar seguros de que entre ellas hay dos cuya suma sea múltiplo de 8?

- B4** Sea $ABCD$ un paralelogramo tal que el ángulo $\angle BAD$ es agudo. Sean E y F los pies de las perpendiculares trazadas desde el vértice C a las rectas AB y AD , respectivamente. Sea P un punto en el segmento AC , de modo que $\angle APD = \angle AFP$, y sea Q un punto en el segmento PC , de modo que $\angle AQB = \angle AEQ$. Si se sabe que $PQ = QC$ y $AP = 12$, encuentra la longitud del segmento AC .

- B5** Para cuántos números enteros x se cumple que el número

$$1 + 33 \cdot 2^x$$

es el cuadrado de un número racional.