

En cada problema escoge una alternativa: solo una es la correcta.
Los problemas del 1 al 8 valen 10 puntos y los problemas del 9 al 12 valen 15 puntos.

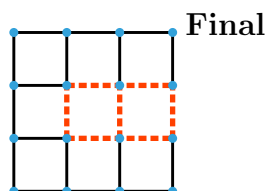
- 1 Un recipiente lleno de arroz pesa 3800 gramos. Después de retirar la mitad del arroz, el recipiente con el arroz restante pesa 2300 gramos. ¿Cuántos gramos de arroz había inicialmente?
(A) 800 (B) 2300 (C) 2600 (D) 3000 (E) 4600

- 2 Los números reales a , b y c cumplen que
 $a + b - 1 = b + c - 3 = c + a - 2$.

Determine la relación correcta entre ellos:

- (A) $a < c < b$ (B) $a < b < c$ (C) $b < a < c$
(D) $c < a < b$ (E) $c < b < a$

- 3 Una hormiga quiere ir desde el punto de inicio hasta el punto final de la cuadrícula, siguiendo las líneas y avanzando únicamente hacia la derecha o hacia arriba. Para ir de un punto celeste al siguiente, tarda 6 segundos si recorre una línea negra y solo 2 segundos si recorre una línea roja discontinua.



Inicio

Cada flecha representa el recorrido de un punto celeste al siguiente en la dirección indicada. ¿Cuál de las siguientes secuencias de flechas permite que la hormiga llegue al punto final en el menor tiempo posible?

- (A) $\uparrow\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ (B) $\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\uparrow\rightarrow$
(C) $\uparrow\rightarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\rightarrow$ (D) $\rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\uparrow$
(E) $\rightarrow\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\uparrow$

- 4 En una pizarra están escritos 15 números naturales. A cada número par se le suma 3 y a cada número impar se le suma 5. Como resultado, la suma de los números aumenta en 61. ¿Cuántos números impares hay al final?
(A) 8 (B) 5 (C) 11 (D) 7 (E) 4

- 5 Los cuidadores de un zoológico colocaron un bloque de hielo en el recinto del oso polar. El bloque tenía forma de prisma recto de base cuadrada, y cada lado de su base medía 50 cm. Después de unas horas, cada lado de la base medía 40 cm y el volumen era el 48 % del volumen inicial. Si el bloque conservó la forma de prisma recto de base cuadrada, ¿en qué porcentaje disminuyó su altura?



- (A) 20 % (B) 25 % (C) 40 %
(D) 52 % (E) 30 %

- 6 Cada ángulo interior de un polígono mide 90° o 270° . Si exactamente 18 de sus ángulos interiores miden 270° , determine cuántos lados tiene el polígono.

- (A) 36 (B) 22 (C) 38
(D) 42 (E) 40

- 7 En un pueblo, cada habitante es *veraz* o *mentiroso*. Un veraz siempre dice la verdad y un mentiroso siempre miente. Cierto día, Andrés, Beto, Ciro, Daniel y Ernesto se encuentran y dicen:

- Andrés: "Al menos dos de nosotros son mentirosos."
- Beto: "Entre nosotros, soy el único mentiroso."
- Ciro: "Soy el único veraz entre nosotros."
- Daniel: "Todos somos veraces."
- Ernesto: "Todos somos mentirosos."

¿Cuántos de ellos son mentirosos?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

- 8 Sean a , b y k reales positivos tales que

$$a^3 + b^3 = kab(a + b).$$

Determine, en función de k , el valor de

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2.$$

- (A) $k^2 - 1$ (B) $k^2 + k + 1$ (C) $k^2 + 2k$
(D) $k^2 - 2k + 1$ (E) $k^2 + 2k - 1$

- 9 Sea $\overline{abcd}$ el menor número natural de cuatro dígitos distintos, ninguno de ellos igual a cero, tal que $\overline{abcd}$ y $\overline{dcba}$ son múltiplos de 8. Determine el valor de $a + b + c + d$.

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

- 10 Pablo escribe todos los números desde el 100 hasta el 400 en una hoja:

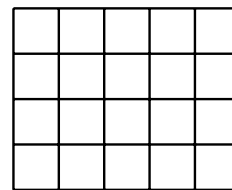
$$100, 101, 102, \dots, 400.$$

Luego, Pedro borra cada número escrito por Pablo y en su lugar escribe el producto de sus dígitos. Por ejemplo, Pedro borra el número 234 y escribe en su lugar el número 24, pues $24 = 2 \times 3 \times 4$. Determine cuántas veces Pedro escribirá un múltiplo de 3.

Aclaración: El número 0 es múltiplo de 3.

- (A) 193 (B) 228 (C) 73
(D) 229 (E) 72

- 11 Se tiene un tablero de 4×5 con todas sus casillas blancas.



Se desea pintar algunas casillas de negro, de modo que cada casilla negra tenga como máximo dos casillas negras vecinas. Dos casillas se consideran vecinas si comparten un lado. ¿Cuál es la mayor cantidad de casillas que se pueden pintar de negro?

- (A) 14 (B) 18 (C) 15 (D) 16 (E) 12

- 12 Sea $ABCDEF$ un hexágono regular y sea P un punto del segmento EF . Las áreas de los triángulos PAB y PCD son 77 y 70, respectivamente. Si x es la longitud del segmento PE , determine el valor de x^4 .

- (A) 480 (B) 216 (C) 324
(D) 432 (E) 576