

En cada problema escoge una alternativa: solo una es la correcta.
Los problemas del 1 al 8 valen 10 puntos y los problemas del 9 al 12 valen 15 puntos.

- 1 Los números reales a , b y c cumplen que

$$a + b - 1 = b + c - 3 = c + a - 2.$$

Determine la relación correcta entre ellos:

- (A) $a < c < b$ (B) $a < b < c$ (C) $b < a < c$
(D) $c < a < b$ (E) $c < b < a$

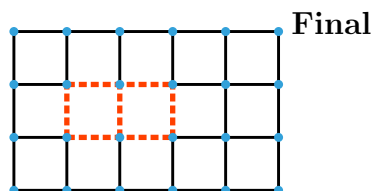
- 2 Lucía tiene cinco tarjetas numeradas con 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente. Escoge tres de ellas de modo que sus números sumen 12. ¿Qué número aparece necesariamente en una de las tarjetas escogidas?

- (A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) 5 (E) 6

- 3 En una pizarra están escritos 20 números naturales. A cada número par se le suma 3 y a cada número impar se le suma 5, con lo que la suma de los números aumenta en 82. Luego, se aplica el mismo procedimiento a los números obtenidos. ¿En cuánto aumenta la suma en esta segunda aplicación?

- (A) 60 (B) 80 (C) 82 (D) 78 (E) 160

- 4 Una hormiga recorre las líneas de la cuadrícula desde el punto marcado como Inicio hasta el punto marcado como Final, avanzando únicamente hacia la derecha o hacia arriba. Para ir de un punto celeste al siguiente, tarda 6 segundos si el segmento es negro y 2 segundos si es rojo discontinuo.



Inicio

¿Cuántos caminos diferentes permiten a la hormiga llegar al punto final en el menor tiempo posible?

- (A) 18 (B) 6 (C) 12 (D) 36 (E) 56

- 5 Cada ángulo interior de un polígono mide 90° o 270° . Si exactamente 18 de sus ángulos interiores miden 270° , determine cuántos lados tiene el polígono.

- (A) 36 (B) 22 (C) 38
(D) 42 (E) 40

- 6 Sean a , b y k reales positivos tales que

$$a^3 + b^3 = kab(a + b).$$

Determine, en función de k , el valor de

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2.$$

- (A) $k^2 - 1$ (B) $k^2 + k + 1$ (C) $k^2 + 2k$
(D) $k^2 - 2k + 1$ (E) $k^2 + 2k - 1$

- 7 Sea $\overline{abcd}$ el menor número natural de cuatro dígitos distintos, ninguno de ellos igual a cero, tal que $\overline{abcd}$ y $\overline{dcba}$ son múltiplos de 8. Determine el valor de $a + b + c + d$.

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 18

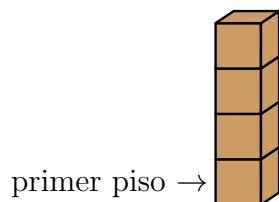
- 8 Los puntos del interior de un rectángulo de lados 3 y 4 se colorean según las siguientes reglas:

- Un punto se colorea de rojo si su distancia al lado de longitud 3 más cercano es menor o igual que su distancia al lado de longitud 4 más cercano.
- En caso contrario, se colorea de azul.

Quedando así una región roja y otra región azul. ¿Cuál es la diferencia entre el área total de la región roja y el área total de la región azul?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) 3 (D) 6 (E) $\frac{15}{2}$

- 9 Se construirá una torre de cuatro pisos, colocando un cubo en cada piso. Cada cubo puede pesar 1 kg, 2 kg o 3 kg. El cubo del primer piso pesa 3 kg y ningún cubo puede pesar más que el que está inmediatamente debajo de ese cubo. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden elegir los pesos de los cuatro cubos?

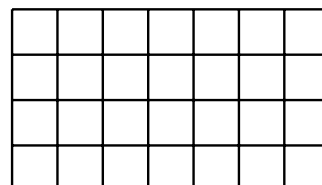


(A) 10 (B) 8 (C) 9 (D) 27 (E) 6

- 11 Sea $ABCDEF$ un hexágono regular y sea P un punto del segmento EF . Las áreas de los triángulos PAB y PCD son 77 y 70, respectivamente. Si x es la longitud del segmento PE , determine el valor de x^4 .

(A) 480 (B) 216 (C) 324
(D) 432 (E) 576

- 12 Se tiene un tablero de 4×7 con todas sus casillas blancas.



Se desea pintar algunas casillas de negro, de modo que cada casilla negra tenga como máximo dos casillas negras vecinas. Dos casillas se consideran vecinas si comparten un lado. ¿Cuál es la mayor cantidad de casillas que se pueden pintar de negro?

(A) 18 (B) 20 (C) 22 (D) 21 (E) 19

- 10 En una bolsa hay 36 bolillas numeradas del 1 al 18, de modo que cada número aparece en exactamente dos bolillas. Se extraen cuatro bolillas al mismo tiempo, de manera que todos los grupos de cuatro bolillas tienen la misma probabilidad de ser escogidos. ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro bolillas tengan números distintos entre sí?

(A) $\frac{4}{77}$ (B) $\frac{8}{77}$ (C) $\frac{64}{77}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{39}{56}$