

Parte A.

En cada problema del A1 al A10, escoge la única alternativa correcta.

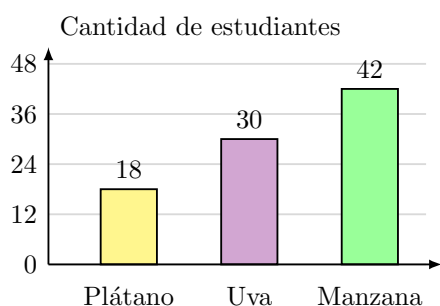
- A1** Rosa ordena de menor a mayor todos los números de cuatro dígitos que se pueden formar usando exactamente una vez cada uno de los dígitos 0, 2, 2 y 6. ¿Cuál es el tercer número de la lista?

(A) 2062 (B) 6022 (C) 2602
(D) 2260 (E) 2206

- A2** Lucía obtuvo 65 puntos en el primero de sus cinco exámenes de matemáticas del semestre. Si el objetivo de Lucía es tener un promedio de 85 puntos al final del semestre, ¿cuántos puntos necesitará obtener, en promedio, en los cuatro exámenes restantes?

(A) 85 (B) 88 (C) 92 (D) 90 (E) 95

- A3** En una encuesta, cada estudiante eligió una sola de cuatro frutas: plátano, uva, manzana o mandarina. El gráfico muestra cuántos estudiantes eligieron cada una de las tres primeras frutas.



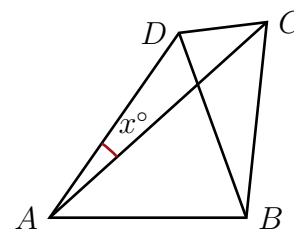
Si el 25 % de los encuestados eligió mandarina, ¿qué porcentaje del total eligió manzana?

(A) 25 % (B) 30 % (C) 35 %
(D) 42 % (E) 50 %

- A4** Sean N el menor entero positivo cuya suma de los cuadrados de sus dígitos es 20, y M el mayor entero positivo con dígitos todos distintos cuya suma de los cuadrados de sus dígitos es 26. Determine la suma de los dígitos de $N+M$.

(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 16 (E) 15

- A5** Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo tal que $\angle ABD = 72^\circ$, $\angle CBD = 28^\circ$, $\angle ADB = 54^\circ$ y $\angle CDB = 76^\circ$. Calcule la medida de $\angle DAC$.



(A) 9° (B) 14° (C) 12° (D) 10° (E) 13°

- A6** Sean a y b números reales. Al dividir el polinomio

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx + 6$$

entre $x^2 - x + 2$, se obtiene como residuo $2x + 4$. ¿Cuál es el valor de $a + b$?

(A) 8 (B) 4 (C) 10 (D) 6 (E) 2

- A7** Mario y Natalia parten al mismo tiempo de los extremos M y N de un camino recto, respectivamente, y caminan uno hacia el otro. Cada uno mantiene una rapidez constante. Se encuentran por primera vez a 600 m de M . Cada uno continúa hasta el extremo opuesto y regresa inmediatamente. Durante el regreso de ambos, vuelven a encontrarse a 400 m de N . ¿Cuántos metros mide el camino?

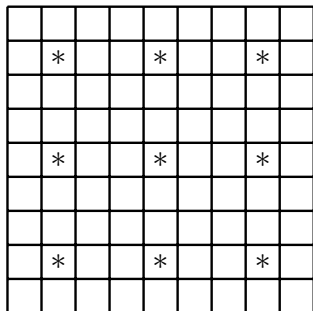


(A) 1000 (B) 1200 (C) 1400
(D) 1600 (E) 1800

- A8** Seis amigos, incluyendo a Eric, cenar alrededor de una mesa redonda. Al regresar otro día, Eric ocupará el mismo asiento y ninguna pareja de amigos que ocupó asientos contiguos en la primera cena podrá volver a hacerlo. ¿De cuántas formas pueden sentarse en la segunda cena?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

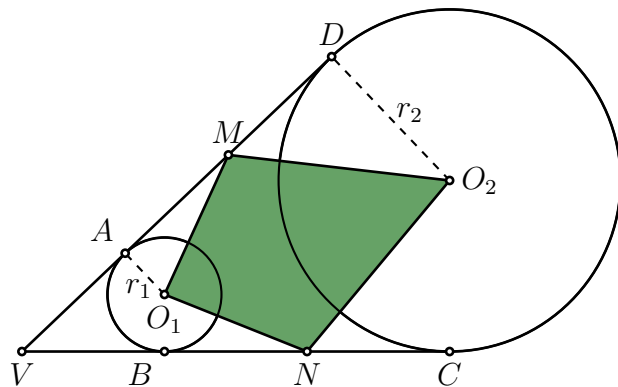
- A9** La figura muestra una cuadrícula de 9×9 formada por 81 cuadrados unitarios, de los cuales nueve contienen un * en su interior. Se elige al azar un cuadrado de cualquier tamaño delimitado por las líneas de la cuadrícula. Si la probabilidad de que el cuadrado elegido contenga al menos un * es $\frac{p}{q}$, donde p y q son enteros positivos coprimos, determine el valor de $p + q$.



Aclaración: Considere que cada cuadrado, de cualquier tamaño, tiene la misma probabilidad de ser elegido.

- (A) 94 (B) 96 (C) 383 (D) 17 (E) 472

- A10** En la figura, A , B , C y D son los puntos de tangencia de las dos circunferencias con las dos rectas tangentes comunes. Sean O_1 y O_2 los centros de las circunferencias, y sean M y N los puntos medios de los segmentos AD y BC , respectivamente. Si $AB = 10$, $r_1 = \sqrt{29}$, $r_2 = 3r_1$, donde r_1 y r_2 son los radios de las circunferencias de centros O_1 y O_2 , respectivamente, determine el área del cuadrilátero O_1MO_2N .



- (A) 145 (B) 174 (C) 232 (D) 290 (E) 348

Parte B.

En cada problema del B1 al B5, escribe claramente tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca sus cuatro dígitos en la hoja de respuestas, completando con ceros a la izquierda. Ejemplos: 102 se marca 0102; 7 se marca 0007.

- B1** Sea N un entero positivo. Si el mínimo común múltiplo de los números N y 21 es 63, determine cuántos valores diferentes puede tomar N .

- B2** Sean a y b números reales positivos tales que $a + b = 5$ y

$$\frac{2a - b}{a} = \frac{a - b}{b}.$$

Determine el valor de $a^3 + b^3$.

- B3** Sean $A_1A_2X_3 \dots X_n$ y $A_1A_2Y_3 \dots Y_m$ dos polígonos regulares tales que todos los vértices del primer polígono, a excepción de A_1 y A_2 , están contenidos en el interior del segundo polígono. Si los vértices Y_3 , X_3 y X_4 son colineales, calcule el valor de $m + n$.

- B4** Determine de cuántas formas se pueden elegir seis números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ de modo que la suma de cualesquiera dos números distintos entre los elegidos no sea múltiplo de 4.

- B5** Una sucesión de enteros no negativos se construye eligiendo libremente sus dos primeros términos y aplicando la siguiente regla: si x y y son dos términos consecutivos, el término que sigue a y es $|26 - x - 2y|$. Por ejemplo, si los dos primeros términos son 4 y 15, se obtiene

4, 15, 8, 5, 8, 5, 8, ...

En esta sucesión, 15, 8 y 5 son tres términos consecutivos estrictamente decrecientes. ¿Cuál es la mayor cantidad de términos consecutivos estrictamente decrecientes que puede tener una sucesión de este tipo?