

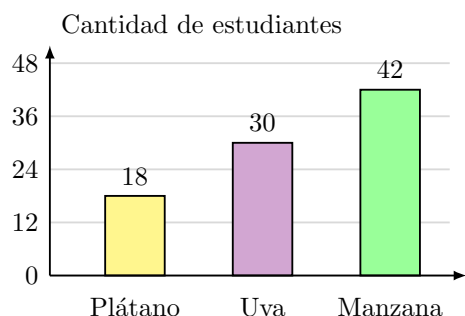
Parte A.

En cada problema del A1 al A10, escoge la única alternativa correcta.

- A1** Rosa ordena de menor a mayor todos los números de cuatro dígitos que se pueden formar usando exactamente una vez cada uno de los dígitos 0, 2, 2 y 6. ¿Cuál es el tercer número de la lista?

(A) 2062 (B) 6022 (C) 2602
(D) 2260 (E) 2206

- A2** En una encuesta, cada estudiante eligió una sola de cuatro frutas: plátano, uva, manzana o mandarina. El gráfico muestra cuántos estudiantes eligieron cada una de las tres primeras frutas.



Si el 25 % de los encuestados eligió mandarina, ¿qué porcentaje del total eligió manzana?

(A) 25 % (B) 30 % (C) 35 %
(D) 42 % (E) 50 %

- A3** La suma, la diferencia y el producto de dos enteros positivos son, en ese orden, proporcionales a los números 10, 4 y $6\bar{d}$, donde d es un dígito. ¿Cuál es el mayor de estos dos enteros?

(A) 30 (B) 63 (C) 9 (D) 14 (E) 21

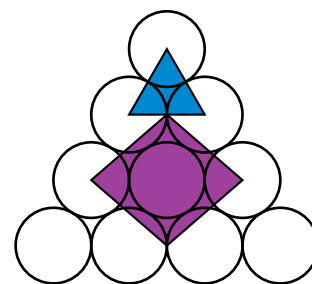
- A4** ¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar las letras de la palabra

BINARIA

de modo que la primera y la última sean vocales?

(A) 240 (B) 300 (C) 360 (D) 420 (E) 480

- A5** En la figura se muestran diez circunferencias del mismo radio, dispuestas en cuatro filas y tangentes a sus vecinas. Cada vértice del triángulo azul y del cuadrilátero morado coincide con el centro de una circunferencia o con el punto de tangencia entre dos circunferencias. Si el área del triángulo azul es 1, determine el área del cuadrilátero morado.



(A) $2\sqrt{3}$ (B) 3,5 (C) 4 (D) 4,5 (E) 5

- A6** Determine la cantidad de raíces reales distintas de la ecuación

$$x^2(x^2 + 3)^2 = (3x^2 + 1)^2.$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

- A7** Sea x un ángulo agudo tal que el conjunto de dos elementos

$$\{\sin x, \cos x\}$$

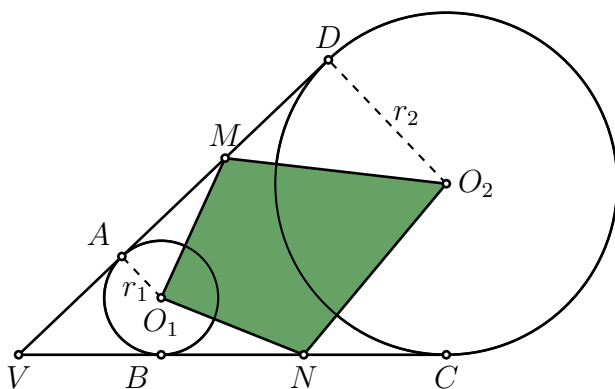
es igual al conjunto

$$\left\{ \frac{5}{4} \sin(2x), \frac{10}{17} \cos(2x) \right\}.$$

¿Cuál es el valor de $\tan^2 x$?

(A) $\frac{4}{25}$ (B) $\frac{4}{21}$ (C) $\frac{17}{25}$ (D) $\frac{21}{25}$ (E) $\frac{21}{4}$

- A8** En la figura, A , B , C y D son los puntos de tangencia de las dos circunferencias con las dos rectas tangentes comunes. Sean O_1 y O_2 los centros de las circunferencias, y sean M y N los puntos medios de los segmentos AD y BC , respectivamente. Si $AB = 10$, $r_1 = \sqrt{29}$, $r_2 = 3r_1$, donde r_1 y r_2 son los radios de las circunferencias de centros O_1 y O_2 , respectivamente, determine el área del cuadrilátero O_1MO_2N .



(A) 145 (B) 174 (C) 232 (D) 290 (E) 348

- A9** Una sucesión $(a_n)_{n \geq 1}$ está definida por $a_1 = 2$, $a_2 = 33$ y

$$a_{i+2} = a_i + 2i + 1,$$

para todo entero positivo i . Así, los primeros términos de la sucesión son

2, 33, 5, 38, 12, 47, 23, 60, ...

Determine el mayor término que aparece más de una vez en la sucesión.

(A) 438 (B) 467 (C) 478 (D) 488 (E) 497

- A10** Sean a, b, c, d enteros positivos tales que

- $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2026$.
- $ab = cd$.

Determine el valor de $a + b + c + d$.

(A) 82 (B) 84 (C) 86
(D) 88 (E) 90

Parte B.

En cada problema del B1 al B5, escribe claramente tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca sus cuatro dígitos en la hoja de respuestas, completando con ceros a la izquierda. Ejemplos: 102 se marca 0102; 7 se marca 0007.

- B1** Sea N un entero positivo. Si el mínimo común múltiplo de N y 72 es 360, determine cuántos valores distintos puede tomar N .

- B2** Complete el tablero de 5×5 con números del 1 al 5, sin repetir ninguno en una misma fila, columna o diagonal, incluidas las paralelas a las diagonales principales. Determine la suma de los números de las tres casillas sombreadas.

			1	
	2			3
		4		

- B3** En un triángulo ABC se trazan la altura desde A , la bisectriz desde B y la mediana desde C . Los tres segmentos concurren en un punto interior del triángulo. Si $\angle A = 5\angle C$, determine la medida, en grados, de $\angle B$.

- B4** Sean a, b, c, d números reales tales que $a^2 + c^2 = 2$ y $b^2 + d^2 = 4$. Determine el mayor valor posible de

$$10ab + 10cd + 70bc - 70ad.$$

- B5** Alrededor de una mesa circular se sientan 300 personas. Cada una de ellas es **veraz** o **mentirosa**: las personas veraces siempre dicen la verdad, mientras que las mentirosas siempre mienten.

Ana pregunta a cada persona: ¿Cuántos de tus dos vecinos son mentirosos?, y registra su respuesta. Luego, Beto formula exactamente la misma pregunta a cada persona y registra también sus respuestas. Las personas permanecen en sus lugares durante ambas rondas. En cada caso, la respuesta es necesariamente 0, 1 o 2. Se sabe que la suma de las respuestas registradas por Ana es exactamente 360 mayor que la suma de las respuestas registradas por Beto. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de personas mentirosas?