VIII CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2020 - Ronda Final

Segundo y Tercero de Secundaria

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

A1 El sueldo de un trabajador se redujo en 25 % debido a problemas económicos de la empresa, y así estuvo trabajando algunos meses. El mes pasado le incrementaron el sueldo en 20 %, con lo cual ahora su sueldo es 80 dólares menos de lo que era originalmente. ¿Cuál es su sueldo actual?

(A) 780 dólares (B) 800 dólares (C) 750 dólares (D) 720 dólares (E) 840 dólares

A2 El producto de los dígitos del número $\overline{2ab6}$ es igual a $\overline{2c2}$, donde a, b y c son dígitos. Calcule el valor de $a+b+c$.

(A) 18 (B) 12 (C) 11 (D) 16 (E) 15

A3 En un partido de fútbol se enfrentaron los Azules contra los Rojos. Se sabe que en el primer tiempo, los Azules marcaron exactamente tres goles y que en el segundo tiempo se marcaron dos goles en total. Si los Azules ganaron el partido, ¿cuántos posibles resultados finales hay en total?

Ejemplo: Un posible resultado final es: Azules 4 - Rojos 2.

(A) 9 (B) 3 (C) 8 (D) 10 (E) 7

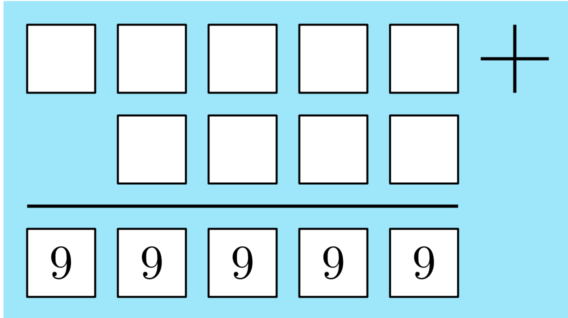
A4 Si $x < 2$ es un número entero tal que $2^{x+3}+2^{3-x}=65$, calcule el valor de $x^4+x^3+2x^2$.

(A) 126 (B) 99 (C) 108 (D) 54 (E) 72

A5 Una recta pasa por el centro de un polígono regular de 100 lados y de esta forma el polígono queda dividido en dos polígonos que tienen k lados cada uno. Calcule la suma de todos los posibles valores de k.

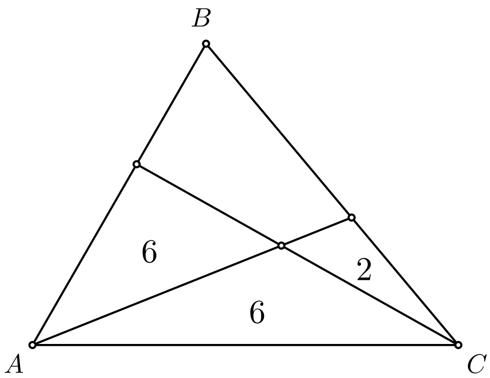
(A) 100 (B) 103 (C) 52 (D) 101 (E) 105

A6 Los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 deben escribirse en los cuadrados blancos de la siguiente figura, de tal manera que la operación sea correcta. ¿De cuántas formas se puede hacer eso?



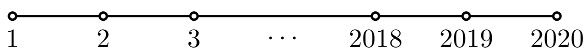
(A) 384 (B) 576 (C) 96 (D) 16 (E) 144

A7 El triángulo ABC se ha dividido en tres triángulos y un cuadrilátero, por medio de dos segmentos. Si las áreas de los triángulos son 6, 6 y 2, como se indica a continuación, calcule el área del triángulo ABC.



(A) 22 (B) 24 (C) 19 (D) 18 (E) 20

A8 Joe marca 2020 puntos en un segmento, de tal manera que la distancia entre cualesquiera dos puntos adyacentes es 1 cm. Al inicio todos los puntos son blancos. Los puntos son etiquetados con los números $1, 2, \ldots, 2020$, tal como se muestra en la figura. Joe pinta de rojo todos los puntos múltiplos de 43, y pinta de azul todos los puntos múltiplos de 53. ¿Cuál es la menor distancia posible entre un punto rojo y un punto azul?



(A) 2 cm (B) 5 cm (C) 1 cm (D) 3 cm (E) 6 cm

A9 Si x, y y α, son números reales tales que

$$\alpha = x+y = x^2+y^2 = x^3+y^3.$$

¿Cuántos valores puede tomar α?

(A) 5 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 3

A10 Hay 8 torres negras y N torres blancas, las cuales son colocadas en las casillas de un tablero de 8×8. Si no hay dos torres del mismo color que se amenacen, ¿cuál es el mayor valor posible de N?

Aclaración: Dos torres (de colores diferentes o del mismo color) se amenazan si ellas están en la misma fila o en la misma columna y si entre ellas no hay ninguna otra torre.

(A) 18 (B) 8 (C) 16 (D) 15 (E) 12

Parte B

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Determine cuántos números capicúas de cuatro dígitos son múltiplos de 18, pero no son múltiplos de 4.

Aclaración: Un número es *capicúa* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 202 y 8338 son capicúas.

B2 El polinomio $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$, satisface las ecuaciones

$$f(9) = 143, \quad f(11) = 117 \quad \text{y} \quad f(13) = 99.$$

Halle $f(33)$.

B3 Sea $A_1A_2 \cdots A_n$ un polígono regular, con $n \geq 4$. En el interior del polígono se ubica el punto P tal que el triángulo A_1A_2P es equilátero. Calcule el valor de n si se sabe que $\angle PA_2A_3 + \angle PA_3A_4 = 180°$.

B4 Sean a y b números enteros tales que:

$$a^2 + b^2 + \frac{8ab}{a+b} = 16.$$

Determine cuántos valores distintos puede tomar $a+b$.

B5 En cada casilla de un tablero de 4×4 se escribe un entero positivo. Para cada uno de sus 9 subtableros de 2×2 se calculó la suma de los números escritos en sus 4 casillas. Resultó que todas las sumas son distintas (es decir no hay dos sumas iguales). ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de todos los números escritos en el tablero?